Olimpiada la matematică, faza pe şcoală
Clasa a IX – a, 5h/săpt.
An şcolar: 2009/2010

1) (2p)

Se consideră mulțimile: A = {$x \in R / -3 \le 4x - 1 \le 5\}$ şi B = {$x \in R / |5x+2| < 3\}$.

a) Să se scrie mulțimile A şi B ca intervale de numere reale.
b) Să se determine: $A \cup B$, $A \cap B$, A – B, $C_R(B)$.

2) (1p)

Se consideră predicatele: p(x):” $((x \le 4) \vee (x \le 1))$” şi q(x):”$2(1 - x) \ge x - 10$”, $x \in R$.

a) Să se determine mulțimile de adevăr ale predicatelor: p(x), q(x).
b) Să se arate că p(x) $\Leftrightarrow$ q(x).

3) (1p)

a)Să se arate că, pentru orice $n \in N^*$, are loc egalitatea: $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)...\left[1-\frac{1}{(n+1)^2}\right] = \frac{n+2}{2n+2}$;

b) Să se arate că, pentru orice $n \in N$ şi $x \in (-1, +\infty)$ are loc inegalitatea $(1+x)^n \ge 1 + nx$ (inegalitatea lui Bernoulli).

4) (1,5p)

a) Calculați suma: 6 + 16 + 26 + 36 + … + 136.

b) Verificați dacă şirul $(a_n)_{n\ge1}$ cu termenul general $a_n=\frac{n+2}{n}$, $n \in N^*$, reprezintă o progresie aritmetică.

c) Determinați numărul real x, astfel încât numerele: $3x - 1$, $x^2 + 5$, $8x - 3$, să fie termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5) (1p)

Să se calculeze suma: $S = 2 + 22 + 222 + \dots + \underbrace{222 ... 2}_{n\ cifre}$.

6) (1p)

Determinați parametrul real m, ştiind că vectorii: $\vec{a} = (m+1)\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + m\vec{j}$, sunt coliniari.

7) (1,5p)

Folosind teorema lui Ceva, demonstrați concurența medianelor, a înălțimilor, respectiv a bisectoarelor într-un triunghi.

Profesor: Mătrescu Maria